

Übungsblatt 6

M. Ladecký, L. Pastewka

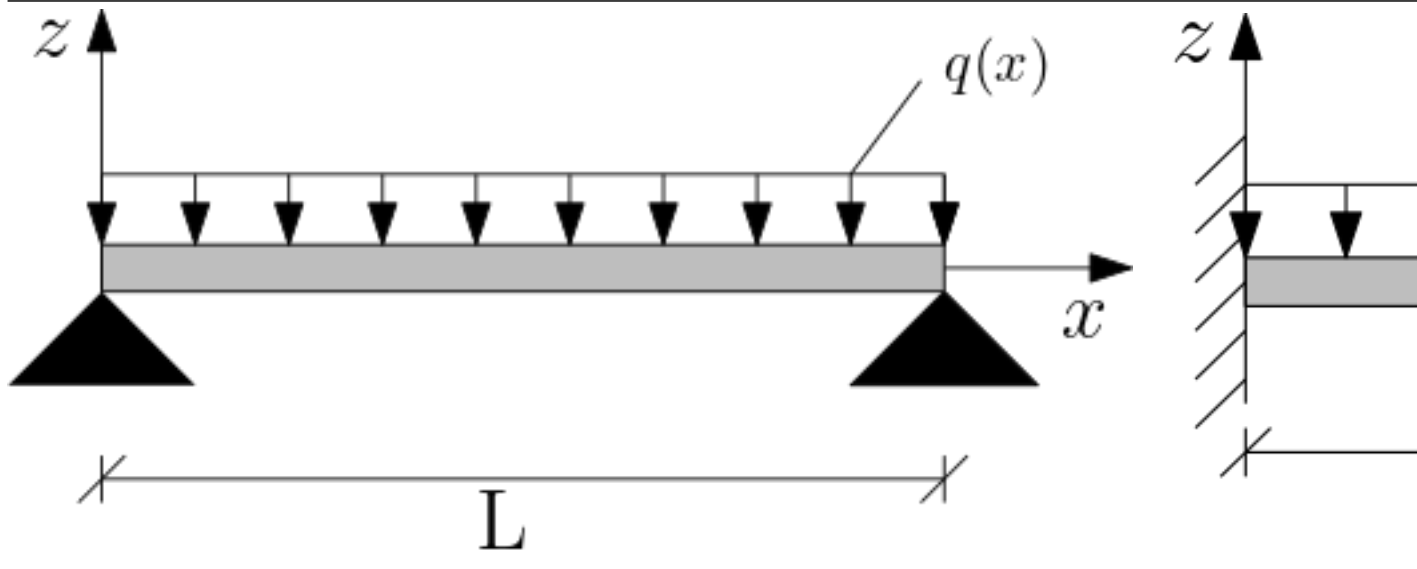
2025-11-19

Abgabe bis 26. November 2025, 14:00 als [Jupyter Notebook](#) via ILIAS.

Analytische Aufgaben

Aufgabe A6 (4-6-6 Punkte)

Einfach gelagerter Balken



Durchbiegung des Balkens

Ein Balken mit Elastizitätsmodul E , dem zweiten Flächenträgheitsmoment I und der Länge L steht unter einer verteilten Last $q(x)$. Nach der **Euler-Bernoulli-Balkentheorie** kann die Durchbiegung eines Balkens $w(x)$ mit der folgenden Differentialgleichung beschrieben werden:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(EI \frac{d^2 w(x)}{dx^2} \right) = q(x), \text{ für alle } x \in [0, L].$$

Wir betrachten eine konstante Biegesteifigkeit EI über die gesamte Balkenlänge. Die Ableitungen der Durchbiegung $w(x)$ haben bestimmte physikalische Bedeutungen:

- $\theta = \frac{dw}{dx}$ ist die Neigung des Balkens.
- $M = -EI \frac{d^2 w}{dx^2}$ ist das Biegemoment im Balken.
- $V = -\frac{d}{dx} \left(EI \frac{d^2 w}{dx^2} \right)$ ist die Querkraft im Balken.

1. Allgemeine Lösung (4 Punkte)

Leiten Sie die allgemeine Lösung für eine gleichmäßige Last $q(x) = q_0$ her. Behalten Sie die Integrationskonstanten in Ihrer Antwort bei. Sie sollen entsprechend den Randbedingungen in den folgenden Aufgaben bestimmt werden.

Hinweis: Integrieren Sie die Differentialgleichung viermal.

2. Einfach gelagerter Balken (6 Punkte)

Betrachten Sie einen einfach gelagerten Balken mit den folgenden Randbedingungen:

- Am gelagerten Ende ($x = 0$): $w(0) = 0$ (keine Durchbiegung), $M(0) = 0$ (kein Moment)
- Am gelagerten Ende ($x = L$): $w(L) = 0$ (keine Durchbiegung), $M(L) = 0$ (kein Moment)

Aufgaben:

- Wenden Sie die Randbedingungen an, um die Integrationskonstanten zu bestimmen
- Bestimmen Sie den Ort und die Größe der maximalen Durchbiegung

3. Kragbalken (6 Punkte)

Betrachten Sie einen Kragbalken (fest eingespannt bei $x = 0$, frei bei $x = L$) mit den folgenden Randbedingungen:

- Am festen Ende ($x = 0$): $w(0) = 0$ (keine Durchbiegung), $\theta(0) = 0$ (keine Neigung)
- Am freien Ende ($x = L$): $M(L) = 0$ (kein Moment), $V(L) = 0$ (keine Querkraft)

Aufgaben:

- Wenden Sie die Randbedingungen an, um die Integrationskonstanten zu bestimmen

- b) Finden Sie die Durchbiegung am freien Ende: $w(L)$
- c) Finden Sie die maximale Neigung und ihre Position

Programmieraufgaben

Aufgabe P6 (4 Punkte)

Gegebene Parameter:

- Balkenlänge: $L = 1$ mm
- Biegesteifigkeit: $EI = 10^{-8}$ Nm²
- Verteilte Last: $q(x) = q_0 = -0.001$ N/m (gleichmäßige Abwärtslast)

Aufgaben:

- a) Zeichnen Sie die Balkendurchbiegung und das Moment für die Probleme A.6.2 und A.6.3