

Übungsblatt 7

M. Ladecký, L. Pastewka

2025-11-26

Abgabe bis 03. December 2025, 14:00 als [Jupyter Notebook](#) via ILIAS.

Analytische Aufgaben

Aufgabe A6

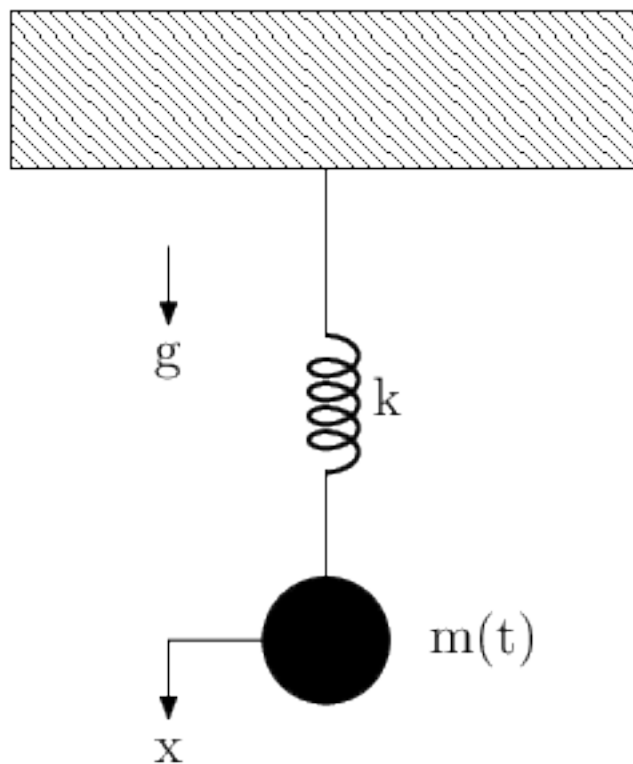


Abbildung 1: Federpendel mit veränderliche Masse

A6.1 (Lagrange-Modellierung) (5 Punkte)

In der Abbildung oben sehen Sie die schematische Darstellung eines Federpendels. Die Masse $m(t)$ sei zeitlich veränderlich.

- Stellen sie die Lagrangefunktion des Systems auf.
- Nehmen Sie an die Masse unterliege einer Reibungskraft. Stellen Sie die Dissipationsfunktion auf.
- Leiten Sie mit Hilfe der Euler-Lagrangegleichungen die Bewegungsgleichungen der Masse her.

A6.2 (Wassertropfen) (10 Punkte)

Wir gehen davon aus, dass ein Wassertropfen die Form einer Kugel besitzt. Ferner soll gelten, dass beim Fall des Tropfens die Verdunstungsmenge proportional zu seiner Oberfläche ist. Auch gilt, dass die Veränderung des Volumens proportional zur Kugeloberfläche ist. Es gilt

$$\text{Kugeloberfläche: } O = 4\pi r^2, \quad \text{Kugelvolumen: } V = \frac{4\pi}{3} r^3.$$

1. Stellen Sie die DGL auf, welche die zeitliche Veränderung des Volumens eines fallenden Wassertropfens modelliert. Charakterisieren Sie die gefundene Differentialgleichung. Mit welchen Lösungsmethoden lässt sich diese lösen?
2. Bestimmen Sie den zeitabhängigen Radius $r(t)$. Gehen Sie hierbei davon aus, dass der Radius des Wassertropfens zu Beginn 4 mm ist und nach 5 Sekunden 3 mm.
3. Wie lange dauert es, bis der Wassertropfen nur noch 1% seiner anfänglichen Masse hat?

Programmieraufgaben

Aufgabe P6 (Wassertropfen) (5 Punkte)

1. Berechnen Sie den Radius des Tropfens als Funktion der Zeit t mittels `scipy.solve_ivp`
2. Stellen Sie den zeitlichen Verlauf des Tropfenradiuses dar. Vergleichen Sie mit der analytischen Lösung.