

# Übungsblatt 9

M. Ladecký, L. Pastewka

2025-12-10

Abgabe bis 17. Dezember 2025, 14:00 als [Jupyter Notebook](#) via ILIAS.

## Analytische Aufgaben A9 (14 Punkte)

### A9.1: Rechteckimpuls (7 Punkte)

Betrachten Sie den Rechteckimpuls (Box-Funktion):

$$f(t) = \begin{cases} A & \text{falls } |t| \leq \frac{\tau}{2} \\ 0 & \text{falls } |t| > \frac{\tau}{2} \end{cases}$$

wobei  $A$  die Amplitude und  $\tau$  die Impulsbreite ist.

**Aufgaben:** 1. Berechnen Sie die Fourier-Transformierte  $\tilde{f}(\omega)$  analytisch. 2. Drücken Sie Ihr Ergebnis mittels der sinc-Funktion aus:  $\text{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x}$  3. Beschreiben Sie die Beziehung zwischen der Impulsbreite  $\tau$  und die Breite des maximalen Peaks im Frequenzbereich.

### A9.2: Sägezahnwelle (7 Punkte)

Berechnen Sie die reellen Fourier-Koeffizienten  $a_0$ ,  $a_n$  und  $b_n$  für:

$$f(t) = \frac{A}{T}t \quad \text{für } t \in [0, T]$$

Verwenden Sie die Fourier-Reihe:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t))$$

wobei  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ .

**Formeln:**

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) dt, \quad a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(n\omega_0 t) dt, \quad b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(n\omega_0 t) dt$$

## Programmieraufgaben

**Problem P9** (6 Punkte)

### Überprüfen Sie Ihre analytischen Ergebnisse numerisch

1. **Sägezahn (6 Punkte):**

- Erstellen Sie ein Sägezahnsignal mit  $A = 1$ ,  $T = 1$  Sekunde
- Rekonstruieren Sie das Signal mittels Fourier-Reihe mit  $N = 1, 5, 20, 100$  Termen
- Plotten Sie das Originalsignal und die Rekonstruktionen (für  $t \in [0, 3T]$ )
- Berechnen Sie die Ableitung  $f'(x)$  des Sägezahnsignals analytisch und mittels der Fourier-Reihe. Plotten Sie beide Ableitungen zum Vergleich (für  $t \in [0, 3T]$ )