

Übungsblatt 1

M. Ladecký, L. Pastewka

2026-10-21

Dieses Übungsblatt wird nicht bewertet. Eine Abgabe ist nicht erforderlich.

Auf diesem Blatt wiederholen Sie Grundlagen aus der Mathematik. Außerdem üben Sie Python, `numpy` und `matplotlib`. Diese Werkzeuge brauchen Sie auf allen weiteren Übungsblättern. Hilfe zu den Programmieraufgaben finden Sie im [Python-Tutorial](#).

Analytische Aufgaben

Aufgabe A1

1. **Ableitungen und Integrale.** Dabei ist i die imaginäre Einheit, also $i^2 = -1$. Berechnen Sie:

1. $\frac{d}{dt}(t^2 e^{-t})$

2. $\frac{d}{dt} \sin(3t)$

3. $\frac{d}{dt} e^{i\omega t}$ mit $\omega \in \mathbb{R}$

4. $\int_0^1 (2t + 1) dt$

5. $\int_0^{2\pi} e^{int} dt$ mit $n \in \mathbb{Z}$ und $n \neq 0$

2. **Komplexe Zahlen.** Gegeben sind $z_1 = 1 + 2i$ und $z_2 = 3 - i$. Berechnen Sie $z_1 + z_2$, $z_1 \cdot z_2$ und den Betrag $|z_1|$.

3. **Matrizen.** Gegeben sind die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

1. Berechnen Sie die Determinanten von A und B .
2. Berechnen Sie die Inverse von A . Warum hat B keine Inverse?
3. Berechnen Sie die Eigenwerte von A .

Programmieraufgaben

Für alle Abbildungen gelten die [Regeln für Abbildungen](#):

- Jede Achse hat eine Beschriftung mit Einheit. Dimensionslose Größen haben keine Einheit.
- Zeigt eine Abbildung mehr als eine Kurve, braucht sie eine Legende.
- Teilabbildungen werden mit (a), (b), (c) usw. bezeichnet.

Aufgabe P1

1. **Arrays erzeugen.** Erzeugen Sie die folgenden Matrizen mit `numpy`. Schreiben Sie die Elemente **nicht** einzeln hin. Nützlich sind z. B. `np.ones`, `np.diag`, `np.arange` und `reshape`.

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad M_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad M_3 = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \\ 14 & 16 & 18 \end{pmatrix}$$

2. **Indizierung.** Geben Sie folgende Teile von M_3 aus:

1. das Element in der zweiten Zeile und dritten Spalte,
2. die erste Spalte,
3. die letzte Zeile.

Achtung: In Python beginnt die Zählung bei 0.

3. **Rechnen mit Arrays.** Berechnen Sie $M_1 + M_2$, $M_2 * M_3$ und $M_2 @ M_3$. Was ist der Unterschied zwischen $*$ und $@$? Antworten Sie in einem Satz.
4. **Lineare Algebra.** Nehmen Sie die Matrizen A und B aus A1.3. Berechnen Sie mit `np.linalg`:
 1. die Determinanten von A und B ,
 2. die Inverse von A ,
 3. die Eigenwerte von A .

Vergleichen Sie mit Ihren Ergebnissen aus A1.3. Was passiert bei `np.linalg.inv(B)`?

5. **Funktionen und Abbildungen.** Schreiben Sie eine Python-Funktion `f(t)`. Sie soll $f(t) = t^2 e^{-t}$ berechnen. Erzeugen Sie mit `np.linspace` 200 Werte für t zwischen 0 und 10. Zeichnen Sie $f(t)$ und $\sin(3t)$ in eine gemeinsame Abbildung. Alle Größen sind hier dimensionslos.